

Inleveropgaven 29 februari

Opgave 0.1. Teken de grafiek van de volgende 2π -periodieke functies (teken minstens twee perioden) en bereken hun Fouriercoëfficiënten.

a)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{als } -\pi \leq x \leq 0 \\ x & \text{als } 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{als } -\pi \leq x < 0 \\ 3 & \text{als } 0 < x < \pi \end{cases}$$

Opgave 0.2. De 2π -periodieke functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ is gegeven door de formule $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ voor $-\pi \leq x \leq \pi$.

- Schets de grafiek van deze functie (teken minstens twee perioden). Is f even, oneven en/of reëel? Wat kun je hieruit afleiden over de Fouriercoëfficiënten c_k ?
- Bereken deze coëfficiënten c_k . Schrijf de Fourierreeks $p_N(x)$ in termen van $\sin(kx)$, $\cos(kx)$ en de constante functie $\frac{1}{2}$.

Ten slotte, voor de afwisseling, een opgave die niets met Fouriertheorie van doen heeft:

Opgave 0.3. Als $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ gegeven is door $f(x) = e^x$, en $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ door $g(x) = e^{-x}$, voor welk getal a is dan de afstand $\|f - ag\|$ minimaal? (De lengte is afkomstig is van het inproduct $\langle \psi, \psi' \rangle = \int_0^1 \overline{\psi(x)} \psi'(x) dx$ op $\mathcal{L}^2([0, 1])$).