

## Opgaven WC donderdag 24 maart

**Opgave 0.1.** De functie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  is gegeven door  $f(x) = 1/2$  voor  $-1 \leq x \leq 1$  en  $f(x) = 0$  voor  $|x| > 1$ .

- Schets de functie  $f(x)$ .
- Bereken de Fouriergetransformeerde  $\mathcal{F}f(\omega)$ .
- Wat is de ontbinding van  $f(x)$  in golffuncties  $e^{i\omega x}$  voor  $x \neq \pm 1$ ?
- En wat gebeurt er als  $x = \pm 1$ ?

**Stelling 0.1** (Riemann-Lebesque). *De Fouriergetransformeerde  $\mathcal{F}f(\omega)$  van een absoluut integreerbare functie  $f$  is overal continu. Bovendien geldt*

$$\lim_{\omega \rightarrow \pm\infty} \mathcal{F}f(\omega) = 0.$$

**Opgave 0.2.** Controleer dat dit inderdaad het geval is voor de Fouriergetransformeerde die je gevonden hebt in Opgave 0.1.

**Opgave 0.3.** De functie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  is gegeven door  $f(x) = 1 - x^2$  voor de waarden  $-1 \leq x \leq 1$  en  $f(x) = 0$  voor  $|x| > 1$ .

- Schets de functie  $f(x)$ .
- Bereken de Fouriergetransformeerde  $\mathcal{F}f(\omega)$ .
- Wat is de ontbinding van  $f(x)$  in golffuncties  $e^{i\omega x}$ ?

**Opgave 0.4.** Controleer Stelling 0.1 voor de Fouriergetransformeerde  $\mathcal{F}f$  die je gevonden hebt in Opgave 0.3. (Hint: de Taylorexpanaties van sin en cos zijn  $\cos(\omega) = 1 - \frac{1}{2}\omega^2 + \frac{1}{24}\omega^4 + \dots$ , en  $\sin(\omega) = \omega - \frac{1}{6}\omega^3 + \frac{1}{120}\omega^5 + \dots$ )